# Lukáš SUROVEC<sup>1</sup>, Jaroslav SANDANUS<sup>2</sup>

# INTERAKCIA SPOJOVACIEHO PRVKU A DREVA V SPRIAHNUTÝCH DREVO – BETÓNOVÝCH KONŠTRUKCIÁCH

### Abstrakt

Článok sa zaoberá problematikou modelovania spriahnutia v kompozitných drevo betónových konštrukciách. Predstavená je nelineárna 3D analýza metódou konečných prvkov so zohľadnením ortotropie a plasticity dreva. Výsledky numerického výpočtu sú porovnané s údajmi získanými experimentálne a taktiež s hodnotami modulu popustenia určenými podľa STN EN 1995-1-1. V závere sú zhodnotené dosiahnuté výsledky. Je poukázané na vlastnosti a niektoré nedostatky vybraných materiálových modelov a zhrnuté odporúčania pre simulovanie podobne postavených úloh.

#### Kľúčové slová

Drevo, betón, spriahnutie, metóda konečných prvkov, plasticita

## 1 ÚVOD

Spojenie dreva a betónu v nosných konštrukciách na vytvorenie napr. stropov je využívané už takmer 100 rokov. Počiatky siahajú do 20. rokov dvadsiateho storočia. Medzi prvými sa v európskych krajinách takýmito konštrukciami zaoberal Paul Müller, v USA to bol Conde B. McCullogh [2].

Je zrejmé, že významnú úlohu pri spriahnutí týchto dvoch materiálov zohráva práve spojovací prostriedok. V závislosti od jeho tuhosti, teda schopnosti prenášať šmykový tok v škáre medzi drevom a betónom, je ovplyvnená výsledná odolnosť takto zhotoveného kompozitného prvku. Pri použití rôznych typov a počtu spojovacích prostriedkov môžu mať dva spriahnuté prvky totožných rozmerov a s rovnakými materiálmi úplne inú odolnosť. Pri malom počte, prípadne pri použití málo tuhých spriahovacích prostriedkov, dochádza k poklzu medzi drevom a betónom, čo spôsobuje menej vhodné prerozdelenie napätí po výške prierezu. Okrem toho má tento jav nepriaznivý vplyv aj na celkovú deformáciu prvku [5].

Súčasná norma na navrhovanie drevených konštrukcií udáva vzťahy pre určenie tzv. modulov popustenia spojovacích prostriedkov v spojoch typu drevo – drevo. Pre spojenie dreva s betónom sa odporúča tieto hodnoty zdvojnásobiť. Norma však udáva vzťahy len pre určité typy spojovacích prostriedkov, ktoré sú osadené kolmo. Pre prvky zabudované pod uhlom voči pôsobeniu sily vzorce v norme nie sú spracované. Tieto vzťahy taktiež neplatia pre spojenie prvkov cez medzivrstvu (napr. debnenie v spriahnutých stropoch). Určenie modulov popustenia pre tieto prípady je témou mnohých štúdií a experimentov [2].

Jednou z metód na určenie tuhosti tohto spojenia je numerická analýza problému pomocou vhodného výpočtového programu. Dnes najrozšírenejšou metódou pre modelovanie konštrukcií je metóda konečných prvkov (MKP). Jej obrovskou výhodou je, že umožňuje zohľadniť rôzne materiálové a geometrické vlastnosti jednotlivých častí modelu.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Ing. Lukáš Surovec, Katedra kovových a drevených konštrukcií, Stavebná fakulta, Slovenská technická univerzita v Bratislave, Radlinského 11, 813 68 Bratislava, e-mail: lukas.surovec@stuba.sk.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Doc. Ing. Jaroslav Sandanus, PhD., Katedra kovových a drevených konštrukcií, Stavebná fakulta, Slovenská technická univerzita v Bratislave, Radlinského 11, 813 68 Bratislava, e-mail: jaroslav.sandanus@stuba.sk.

V ďalších kapitolách článku budú podrobne popísané techniky využité pri vytváraní modelu pretláčacej skúšky spriahnutého drevo - betónového stropu pomocou MKP.

# 2 POPIS SKÚŠANEJ VZORKY

Ako podklad pre vytvorenie numerického modelu slúžili experimenty Sandanusa [1]. V práci [1] sa venoval skúšaniu rôznych typov spriahovacích prostriedkov formou pretláčacej skúšky.

Pre modelovanie bola vybraná vzorka I, ktorá predstavuje najjednoduchšiu a zároveň najčastejšiu formu spriahnutia drevo - betónových konštrukcií. Ide o drevený trám z reziva spojený s betónom pomocou stavebných klincov. Vo svojich experimentálnych modeloch (č. 25, 26 a 27) Sandanus použil 8 klincov priemeru 6,3 mm s dĺžkou 160 mm. Veľkosť a tvar skúšanej vzorky a rozmiestnenie spojovacích prostriedkov je zrejmé z obrázku č. 1.



Obr. 1: Geometria skúšaných vzoriek 25, 26 a 27

# 2.1 Sieť konečných prvkov

Na obrázku č. 2 možno vidieť výsledný numerický model vytvorený v programe ABAQUS. Kvôli zníženiu počtu stupňov voľnosti bola využitá symetria. Modelovala sa teda iba štvrtina skutočnej experimentálnej vzorky s príslušnými symetrickými okrajovými podmienkami.



Obr. 2: Numerický model v programe ABAQUS

Pre vytvorenie siete konečných prvkov boli použité lineárne hexahedrálne elementy. Kvôli pozorovaniu vplyvu hustoty delenia siete na výsledky boli zvolené tri druhy "meshu" – CM (coarse mesh), FM a FM2 (fine mesh) (obrázok č. 3). Priemerná veľkosť elementov dreva a betónu mimo zhustených oblastí bola vo všetkých troch prípadoch 12 mm, pre klince 1,5 mm. Celkovo bolo vytvorených šesť numerických modelov s využitím fyzikálne – nelineárneho správania materiálov.



Obr. 3: Postupné zahustenie siete MKP v oblasti klincov (zľava sieť CM, FM, FM2)

### 2.2 Materiálové charakteristiky

Pre vytvorenie jednotlivých častí modelu v MKP programe možno využiť rôzne materiálové teórie. Je potrebné zvážiť, či je pre daný problém vhodné použiť fyzikálne lineárny alebo nelineárny model. V tejto štúdii sú porovnávané dva druhy plasticity – von Misesova podmienka plasticity a Hillovo kritérium plasticity, pre vystihnutie nepružného správania dreva v oblasti otláčania klincov.

### 2.2.1 Klince

Pre klince bol použitý izotropný elasto – plastický materiálový model. Uvažované boli nasledovné materiálové charakteristiky:

- Youngov modul pružnosti: E = 200 GPa,
- medza klzu materiálu:  $f_y = 480 \text{ MPa.}$

Spevnenie za medzou klzu bolo pre klince zanedbané. Pre tento materiál bola využitá von Misesova podmienka plasticity, ktorá je reprezentovaná nasledovným vzťahom:

$$f(\sigma) = \sigma_{ef} - f_y = 0 \tag{1}$$

kde:

 $f(\sigma)$  – funkcia plasticity,

 $\sigma_{ef}$  – efektívne (von Misesovo) napätie,

*f*<sub>v</sub> – medza klzu materiálu.

Graficky je možné túto podmienku v súradnicovom systéme hlavných napätí zobraziť ako valec, ktorého os je zhodná s hydrostatickou osou ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ). Prienik tohto valca s deviátorovou rovinou ( $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = konšt$ .) je kružnica. Toto zobrazenie je znázornené na obrázku č. 4 [3].





# 2.2.2 Betón

Betón bol taktiež modelovaný ako izotropný elasto – plastický materiál. V experimentoch bol použitý betón pevnostnej triedy B20. Podľa dnešnej formy označovania betónov tejto triede odpovedá betón triedy C16/20. Normové materiálové charakteristiky zodpovedajúce tejto pevnostnej triede betónu sú uvedené v tabuľke č. 1.

Tab. 1: Mechanické vlastnosti betónu triedy C16/20

Elas	ticita	Plasticita				
<i>E cm</i> [MPa]	v [-]	$\sigma_{true}$ [MPa]	ε <sub>pl</sub> [-]			
29000,0	0,2	9,0028	0,0000			
		20,0380	0,0016			

Na obrázku č. 5 je zobrazený skutočný a idealizovaný trilineárny pracovný diagram betónu vhodný pre konečno prvkovú analýzu. Nepružné premiestnenia sú v tomto prípade opäť uvážené použitím von Misesovej podmienky plasticity.



Obr. 5: Skutočný a trilineárny pracovný diagram betónu

# 2.2.3 Drevo

Drevo bolo modelované ako ortotropný elasto – plastický materiál. Pevnostná trieda reziva v experimentoch bola určená na základe objemovej hmotnosti vzoriek. Tá bola pre vzorky č. 25, 26 a 27 približne 370 kg / m<sup>3</sup>, čo zodpovedá pevnostnej triede C27.

Ortotropná elasticita je reprezentovaná deviatimi materiálovými konštantami:  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$ ,  $G_{yz}$ ,  $v_{xy}$ ,  $v_{xz}$ ,  $v_{yz}$ . V normových tabuľkách sú uvádzané len niektoré z týchto charakteristík. Určením modulov pružnosti a Poissonovými konštantami pre rôzne dreviny sa zaoberali viacerí autori. Podrobné výsledky štúdií je možné nájsť napr. v [7] alebo [9]. V tabuľke č. 2 sú uvedené charakteristiky uvážené v tejto práci.

Materiál	Elasticita								Plasticita		
	$E_x$ [MPa]	$E_{y}$ [MPa]	$E_z$ [MPa]	v <sub>xy</sub> [-]	v <sub>xz</sub> [-]	v <sub>yz</sub> [-]	$G_{xy}$ [MPa]	$G_{xz}$ [MPa]	$G_{yz}$ [MPa]	$f_y$ [MPa]	ε <sub>pl</sub> [-]
Drevo	8000,00	320,00	560,00	0,47	0,40	0,25	480,00	480,00	28,00	19,0000	0,0000
Diera	4000,00	160,00	280,00	0,47	0,40	0,25	240,00	240,00	14,00	17,9400	0,0000

Tab. 2: Mechanické vlastnosti reziva pevnostnej triedy C27.

V druhom riadku si možno všimnúť, že uvedené moduly pružnosti sú polovičné oproti prvému riadku. Tieto hodnoty platia pre blízke okolie diery (+/- d v smere pôsobenia sily, +/- 0,5d kolmo na smer pôsobenia sily). Je to spôsobené tým, že pri skutočnom pôsobení spojovacích prostriedkov kolíkového typu dochádza k štiepeniu dreva (obr. 6). S tým súvisí pokles tuhosti materiálu v oblasti okolia diery. Tento fakt nie je v modeli zohľadnený iným spôsobom (napr. porušením materiálu), preto možno použiť takýto zjednodušujúci predpoklad. Toto zjednodušenie je tiež použité napr. v práci C.J. Chena, T.L. Leeho a D.S. Jenga [6].



Obr. 6: Štiepenie dreva v okolí spojovacieho prostriedku [10]

Keďže drevo je ortotropný materiál, von Misesova podmienka plasticity v tomto prípade nie je úplne výstižná. Vhodnejšie je napríklad využiť Hillov plastický potenciál, ktorý využíva Hillovo kritérium plasticity. Ide o rozšírenie von Misesovej teórie a umožňuje zohľadniť anizotropné vlastnosti materiálu. Funkcia plasticity pre Hillov potenciál je definovaná nasledovne:

$$f(\sigma) = \sqrt{\sigma^{T}[M]\sigma} - \sigma_{0}(\bar{\epsilon}^{\nu})$$
(2)

kde:

σ – vektor napätí,

[M] – matica materiálových konštánt,

 $\sigma_0$  – referenčná medza klzu materiálu,

 $(\bar{\epsilon}^{p})$  – ekvivalentná plastická pomerná deformácia.

Podrobný popis tejto teórie možno nájsť v [12] alebo [13]. Ako vstupné parametre do matice [*M*] vstupujú tzv. pomerné medze klzu  $R_{ij}$ . Tie je možné určiť podľa nasledovného vzťahu:

$$R_{ii} = \frac{f_{ii}}{\sigma_0}; R_{ij} = \sqrt{3} \frac{f_{ij}}{\sigma_0}$$
(3)

kde:

 $R_{ii(j)}$  – pomerná medza klzu materiálu v smere ii(j),

 $f_{ii(j)}$  – medza klzu materiálu v smere ii(j),

 $\sigma_0$  – referenčná medza klzu materiálu [13].

Pomerné medze klzu  $(R_{ij})$  pre rôzne smery sú uvedené v tabuľke č. 3. Hodnoty sú opäť rozdelené pre oblasť mimo diery a oblasť okolia diery. Keďže drevo má rôznu pevnosť v ťahu a v tlaku, uvedené konštanty boli určené ako priemerné hodnoty medzi konštantami pre tlak a ťah. Pre porovnanie bolo drevo modelované s použitím obidvoch teórií.

Materiál	Vateriál R <sub>11</sub>		R 33	$R_{12}$	<i>R</i> <sub>13</sub>	R 23	
Drevo	1,0000	0,0778	0,0778	0,1511	0,1511	0,1511	
Diera	1,0000	0,0892	0,0892	0,1561	0,1561	0,1561	

Tab. 3: Pomerné medze klzu pri použití Hillovho plastického potenciálu

## 2.3 Modelovanie kontaktu medzi jednotlivými časťami vzorky

Kontakty medzi jednotlivými časťami boli modelované s využitím Coulombovho modelu trenia (obr. 7). Jednotlivé kontaktné plochy generuje program ABAQUS automaticky. Následne je potrebné pre kontakt rôznych povrchov zadať hodnotu súčiniteľa trenia  $\mu$ , čo je vlastne tangens uhla trenia  $\phi$  medzi materiálmi. V [5] sú uvedené nasledovné hodnoty súčiniteľov trenia:

- trenie medzi betónom a spojovacím prostriedkom:  $\mu = 0.9$ ,
- trenie medzi betónom a drevom:  $\mu = 0,57$ .

Pre trenie medzi drevom a spojovacím prostriedkom sa hodnoty medzi rôznymi autormi líšia. V skutočnosti sa táto hodnota pohybuje medzi  $0,2 \le \mu \le 0,6$ . Vo viacerých prácach, napr. [6], sa uvádza hodnota uhla trenia medzi drevom a spojovacím prostriedkom  $\phi = 18^{\circ}$ , čo predstavuje  $\mu = 0,32$ . V tejto analýze bola uvažovaná táto hodnota.



Obr. 7: Coulombov model trenia

# 2.4 Okrajové podmienky a zaťaženie

Okrajové podmienky boli zadané nasledovne: podopretie voči smeru pôsobenia sily bolo zadané na konci dreva na opačnej strane ako silové zaťaženie. Pozdĺž prvkov dreva a betónu boli v miestach myslených osí celkovej vzorky zadané príslušné symetrické okrajové podmienky.

Zaťaženie bolo zadané ako tlak na plochu na konci betónovej časti. Priebeh zaťaženia je zobrazený na obrázku č. 8. Tento postup bol zvolený podľa nemeckej verzie normy EN 380 Holzbauwerke-Prűfverfahren (Drevené konštrukcie – Postupy skúšania) [1].



Obr. 8: Priebeh silového zaťaženia na konci betónovej časti vzorky

# 3 VÝSLEDKY NUMERICKEJ ANALÝZY

Na obrázkoch č. 9, 10 a 11 sú zobrazené von Misesove (ekvivalentné) napätia (v rezoch cez diery) na jednotlivých častiach modelu na konci posledného priťažovacieho kroku (t = 70). Na obrázku č. 12 sú uvedené výsledky deformácií na konci zaťažovania, tzn. po poslednom odľahčení (t = 75). Tieto výsledky sú platné pre model zo sieťou FM2 a použitý Hillov plastický potenciál pre drevo. Výsledky ostatných modelov sú prezentované v ďalšej časti práce formou grafov.



Obr. 9: Napätia v klincoch na konci posledného priťaženia (t = 70)



Obr. 10: Napätia v betóne (rez cez dieru) na konci posledného priťaženia (t = 70)



Obr. 11: Napätia v dreve (rez cez dieru) na konci posledného priťaženia (t = 70)



Obr. 12: Deformácie modelu na konci zaťažovacieho cyklu (t = 75)

# 4 POROVNANIE VÝSLEDKOV S EXPERIMENTOM A NORMOVÝMI HODNOTAMI MODULOV POPUSTENIA

Na obrázku č. 13 sú zobrazené dva grafy. Ľavý zobrazuje *u-F* krivku pre modely s použitou von Misesovou podmienkou plasticity, pravý *u-F* krivku pre modely s Hillovým plastickým potenciálom. V druhom prípade bola krivka pre *u\_CM* kvôli prehľadnosti skrátená po maximálny posun 2 mm. Z grafov vyplýva, že hustota delenia siete konečných prvkov má výrazný vplyv na celkovú deformáciu modelu. Rozdiel vo výsledkoch medzi hrubou a jemnou sieťou môže byť až 100 % (a viac). Taktiež je vidieť, že použitím Hillovho plastického potenciálu sa stáva model "mäkší", čo sa viac približuje realite. Ďalej budú uvádzané iba výsledky získané použitím siete FM2 pre obe podmienky plasticity.



Obr. 13: Grafy *u*-*F* pre drevo s von Misesovou plasticitou (vľavo) a s Hillovým potenciálom (vpravo)

Na obrázku č. 14 sú zobrazené grafy, v ktorých sú porovnané posuny na konci priťažovacích krokov získané experimentálne a numericky. Z grafov je vidno, že oba modely sa približujú skutočnému pôsobeniu. Prípad číslo dva (graf napravo) je však o niečo presnejší.



Obr. 14: Porovnanie posunov na experimentálnych a numerických modeloch (vľavo von Misesova podmienka pasticity, vpravo Hillov potenciál)

V tabuľke č. 4 sú ďalej uvedené moduly popustenia spojovacieho prostriedku  $K_{ser}$  na konci priťažovacieho kroku jednak ako výsledok experimentu a taktiež z výpočtu pomocou MKP. Pre porovnanie je doplnená aj hodnota vypočítaná podľa normového vzťahu pre klince bez predvítania. Tento normový empirický vzťah je definovaný nasledovne:

$$K_{ser,c} = 2(\rho_m^{1.5} d^{0.8}/30)$$
(4)

kde:

K<sub>ser.c</sub> – modul popustenia spájacieho prostriedku pre spoj drevo – betón v [N/mm],

 $\rho_m$  – priemerná hodnota objemovej hmotnosti dreva v [kg/m<sup>3</sup>],

*d* – priemer spojovacieho prostriedku (klinca) v [mm].

Tab. 4: Porovnanie modul popustenia spájacieho prostriedku na základne rôznych výpočtov

Experiment					МКР				EN 1995	
u_25	K <sub>ser</sub>	u_26	K <sub>ser</sub>	u_27	K <sub>ser</sub>	U <sub>vonMises</sub>	K <sub>ser</sub>	u <sub>Hill</sub>	K <sub>ser</sub>	K <sub>ser</sub>
[mm]	[N/mm]	[mm]	[N/mm]	[mm]	[N/mm]	[mm]	[N/mm]	[mm]	[N/mm]	[N/mm]
0,05	9523,8	0,06	8333,3	0,03	16666,7	0,05	10000,0	0,05	10000,0	
0,18	5555,6	0,19	5263,2	0,16	6250,0	0,10	10000,0	0,11	9090,9	
0,53	3773,6	0,55	3636,4	0,37	5405,4	0,31	6451,6	0,43	4651,2	2068,6
1,05	2857,1	1,17	2564,1	0,68	4411,8	0,75	4000,0	1,67	1796,4	
2,25	1777,8	2,23	1793,7	1,17	3418,8	1,30	2692,3	1,84	1630,4	

# 5 ZÁVER

Z tabuľky č. 4 vyplýva, že hodnoty modulov popustenia spojovacích prostriedkov určené pomocou súčasne platnej normy pre navrhovanie drevených konštrukcií (STN EN 1995-1-1) sú na strane bezpečnosti. Je treba povedať, že pre medzné stavy únosnosti sa majú hodnoty  $K_{ser}$  vypočítané podľa vzťahu (4) redukovať o 1/3. Z toho vyplýva, že i pri vyšších zaťaženiach sú hodnoty určené pomocou tejto metódy spoľahlivé, a približne sa zhodujú s údajmi získanými z experimentu, prípadne numerického modelu.

Na základe výsledkov numerickej analýzy možno konštatovať, že uvedený postup pre vytvorenie modelu v MKP je vhodný. Ako spoľahlivejší sa ukázal materiálový model dreva s využitím Hillovho plastického potenciálu. Ani tento typ plasticity však nezohľadňuje rozličné pôsobenie dreva v ťahu a tlaku, či vznik trhlín v dreve. Z toho dôvodu je potrebné umelo znížiť tuhosť v mieste dier. Odporúča sa znížiť moduly pružnosti na polovicu. Ako alternatívne riešenie je možné použiť dokonalejší konštitutívny materiálový model, ktorý lepšie vystihuje správanie dreva v oblasti dier.

Z hľadiska delenia na konečné elementy je potrebné dbať na jemnú hustotu siete. Odporúča sa sieť čo najviac zjemniť aspoň v oblasti koncentrovaných namáhaní. Konvergencia výsledkov k reálnemu stavu sa zvyšuje zjemnením siete.

#### POĎAKOVANIE

Príspevok bol realizovaný za podpory grantovej agentúry VEGA v rámci projektu 1/0947/12.

### LITERATÚRA

- [1] SANDANUS, J. *Medzná únosnosť spriahnutých drevobetónových konštrukcií*. Bratislava: SvF STU, 2007. 144 s.
- [2] PROKSA, D. *Optimalizácia spriahnutia v drevobetónových konštrukciách: Dizertačná práca.* Bratislava: SvF STU, 2013. 172 s.
- [3] SEDLÁK, J. & HALAMA, R. Základy inkrementální teorie plasticity Teoretický základ. Ostrava: VŠB TU, 2012. 16 s.
- [4] ČAJKA, R. & BURKOVIČ, K. Technologie spřažení dřevo betonových stropních konstrukcí pomocí lepených smykových lišt. *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské Technické univerzity Ostrava.* 2013, 1.8 s.
- [5] DIAS, A.M.P.G. & VAN DE KULIEN, J.W. & LOPES, S. & CRUZ, H. A non-linear 3D FEM model to simulate timber – concrete joints. *Advances in Engineering Software*. 2007, 38. pp. 522-530.
- [6] CHEN, C.J. & LEE, T.L. & JENG, D.S. Finite element modeling for the mechanical behavior of doweltype timber joints. *Computers & Structures*. 2003, 81. pp. 2731-2738.
- [7] DAHL, K.B. *Mechanical properties of clear wood from Norway spruce: Doctoral theses.* Trondheim: NTNU, 2009, 250 pp. ISBN 978-82-471-1912-9.
- [8] PATTON-MALLORY, M. & CRAMER, S.M. & SMITH, F.W. & PELLICANE, P.J. Nonlinear Material Models for Analysis of Bolted Wood Connections. *Journal of Structural Engineering*. 1997, 123. pp. 1063-1070.
- [9] WINANDY, J.E. Wood Properties. *Encyclopedia of Agricultural Science. Orlando, FL: Academic Press.* 1994. pp. 549-561.
- [10] RACHER, P. & BOCQUET, J.F. Non-linear analysis of dowelled timber connections: a new approach for embedding modeling. *Electronic Journal of Structural Engineering.* 2005, 5.
- [11] STN EN 1995-1-1. Eurokód 5. Navrhovanie drevených konštrukcií. Časť 1-1: Všeobecne. Všeobecné pravidlá a pravidlá pre budovy. 2008. 114 s.
- [12] Abaqus 6.10 Theory Manual.
- [13] Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications, 2009.

#### CONTRIBUTION TITLE IN ENGLISH

#### Keywords

Timber, concrete, shear connection, finite element method, plasticity

#### Summary

This paper deals with modeling of connection between timber and concrete in composite structures. 3D non-linear analysis using finite element method (FEM) is proposed. Orthotropic properties of wood are considered. Results of numerical calculation are compared with results of experimental models and also with values of yielding modulus reached according to STN EN 1995-1-1. In conclusion results of analysis are discussed. Properties and some disadvantages of proposed material models are summarized and recommendations for modeling of similar structures are described.